Г. Н. Шарипова (Казань)

ОБЩИЙ КВАДРАТУРНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Предложен способ исследования общего квадратурного метода дискретизации полного сингулярного интегрального уравнения типа Гильберта в пространстве непрерывных функций. В основу изложения положены понятия регулярной и компактной сходимости регуляризованных дискретизированных операторов.

При использовании любых вычислительных схем, в конечном счете, приходится решать последовательность систем линейных алгебраических уравнений, получающихся в результате применения различных квадратурных формул для окончательной дискретизации. Эти схемы можно рассматривать как вариант общего метода квадратур. Большой интерес представляет выбор в качестве основного пространства — пространство непрерывных функций и его дискретные аналоги. В этом случае сингулярный интегральный оператор неограничен, поэтому не удается использовать непосредственно способы, основанные на методах функционального анализа.

С помощью [1, 2] построена схема обоснования общего квадратурного метода для сингулярных интегральных уравнений Гильберта в пространстве непрерывных функций. Исследовано полное уравнение при произвольных значениях его индекса. Используется хорошо известный прием сведения сингулярного интегрального уравнения к эквивалентному регулярному уравнению. Но, в отличие от известных работ, в которых приближенная схема для исходного уравнения строится на основе регуляризованного, регуляризация используется лишь для обоснования разрешимости системы линейных алгебраических уравнений, непосредственно дискретизирующей сингулярное интегральное уравнение. Полученные результаты переносятся также на сингулярные интегральные уравнения с ядрами Гильберта и Коши по разомкнутому контуру.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габдулхаев Б. Г. *Оптимальные аппроксимации решений*

линейных задач. – Казань: Изд-во Казанск. ун–та, 1980. – 232 с.
2. Вайникко Г. М. *Анализ дискретизационных методов.* – Тарту: Изд–во Тартуск. ун–та, 1976. – 161 с.

Г. Н. Шарипова (Казань)

ОБ ОДНОМ СИНГУЛЯРНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ ОПЕРАТОРЕ В ПРОСТРАНСТВЕ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Следуя работам [1, 2], исследуем структурные свойства слабосингулярного оператора

$$Sx \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \ln\left|\frac{\sigma - s}{2}\right| x(\sigma)\, d\sigma \qquad (1)$$

в пространстве суммируемых функций $L_1[0, 2\pi]$.

Если этот оператор рассматривать как оператор из $L_1[0, 2\pi]$ в $L_1[0, 2\pi]$, то он вполне непрерывен. Если же его рассматривать на некоторых сужениях пространства $L_1[0, 2\pi]$, то оператор S будет ограничен и непрерывно обратим.

Пусть X — пространство суммируемых функций, для которых сингулярный интеграл с ядром Гильберта

$$Ix \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \operatorname{ctg}\frac{\sigma - s}{2} x(\sigma)\, d\sigma,$$

понимаемый в смысле главного значения по Коши, является также суммируемой функцией.

В качестве пространства Y выберем пространство дифференцируемых в смысле Соболева функций, имеющих первые производные из пространства X. Нормы в этих пространствах определим следующим образом:

$$\|x\|_X = \|x\|_L + \|Ix\|_L, \quad \|y\|_Y = \|y\|_L + \|y'\|_L.$$

Теорема. *Слабосингулярный оператор $S : X \to Y$ ограничен и непрерывно обратим, причем*

$$\|S\|_{X\to Y} \le \frac{2 + \ln^2 2}{2\ln 2}, \quad \left\|S^{-1}\right\|_{Y\to X} \le 3.$$